

## GRAVITACIÓN

### ◇ PROBLEMAS

#### ● SATÉLITES

1. El período de rotación de la Tierra alrededor del Sol es un año y el radio de la órbita es  $1,5 \times 10^{11}$  m. Si Júpiter tiene un período de aproximadamente 12 años, y si el radio de la órbita de Neptuno es de  $4,5 \times 10^{12}$  m, calcula:
  - a) El radio de la órbita de Júpiter.
  - b) El período del movimiento orbital de Neptuno. (P.A.U. Set. 05)
 Rta.: a)  $r_{oj} = 7,8 \times 10^{11}$  m b)  $T_N = 165$  años
  
2. La distancia Tierra-Luna es aproximadamente  $60 R_T$ , siendo  $R_T$  el radio de la Tierra, igual a 6 400 km. Calcula:
  - a) La velocidad lineal de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra.
  - b) El correspondiente período de rotación en días.
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  masa de la Tierra:  $M = 5,98 \times 10^{24}$  kg (P.A.U. Set. 96)  
 Rta.: a)  $v = 1,0 \times 10^3$  m/s; b)  $T = 27$  días
  
3. Se desea poner en órbita un satélite artificial a una altura de 300 km de la superficie terrestre. Calcula:
  - a) La velocidad orbital que se le ha de comunicar al satélite.
  - b) El período de rotación.
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $R_T = 6,38 \times 10^6$  m  $M_T = 5,98 \times 10^{24}$  kg (P.A.U. Jun. 99)  
 Rta.: a)  $v_o = 7,73$  km/s; b)  $T = 1,50$  horas
  
4. Europa, satélite de Júpiter, fue descubierto por Galileo en 1610. Sabiendo que el radio de la órbita que describe es de  $6,7 \times 10^5$  km y su período de 3 días, 13 horas y 13 minutos, calcula:
  - a) La velocidad de Europa relativa a Júpiter.
  - b) La masa de Júpiter.
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  (P.A.U. Set. 97)  
 Rta.: a)  $v = 1,4 \times 10^4$  m/s; b)  $M_J = 1,9 \times 10^{27}$  kg
  
5. La menor velocidad de giro de un satélite en la Tierra, conocida como primera velocidad cósmica, es la que se obtendría para un radio orbital igual al radio terrestre  $R_T$ . Calcula:
  - a) La primera velocidad cósmica.
  - b) El período de revolución correspondiente.
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $R_T = 6,38 \times 10^6$  m  $M_T = 5,98 \times 10^{24}$  kg (P.A.U. Jun. 98)  
 Rta.: a)  $v_1 = 7,91$  km/s; b)  $T = 1$  h 24 min.
  
6. Un satélite artificial con una masa de 200 kg se mueve en una órbita circular la  $5 \times 10^7$  m sobre la superficie terrestre.
  - a) ¿Qué fuerza gravitatoria actúa sobre el satélite?
  - b) ¿Cuál es el período de rotación del satélite?
 Datos:  $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup>  $R_T = 6 370$  km (P.A.U. Jun. 00)  
 Rta.: a)  $F = 25,1$  N; b)  $T = 37,0$  horas
  
7. Un satélite artificial describe una órbita circular de radio  $2 R_T$  en torno a la Tierra. Calcula:
  - a) La velocidad orbital.
  - b) El peso del satélite en la órbita si en la superficie de la Tierra pesa 5 000 N (Dibuja las fuerzas que actúan sobre el satélite)
 Datos:  $R_T = 6 400$  km  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $g_0 = 9,8$  m / s<sup>2</sup> (P.A.U. Jun. 02)  
 Rta.: a)  $v = 5,6$  km/s; b)  $P_T = 1,25$  kN
  
8. Un astronauta de 75 kg gira alrededor de la Tierra (dentro de un satélite artificial) en una órbita situada a 10 000 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula:

- a) La velocidad orbital y el período de rotación.  
 b) El peso del astronauta en esa órbita.  
 Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6\,400 \text{ km}$  (P.A.U. Set. 02)  
 Rta.: a)  $v = 4,95 \times 10^3 \text{ m/s}$ ;  $T = 2,08 \times 10^4 \text{ s}$ ; b)  $P_T = 1,1 \times 10^2 \text{ N}$
9. Un satélite artificial de 64,5 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio  $R = 2,32 R_T$ . Calcula:  
 a) El período de rotación del satélite.  
 b) El peso del satélite en la órbita.  
 Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6\,370 \text{ km}$  (P.A.U. Jun. 05)  
 Rta.: a)  $T = 4 \text{ h } 58 \text{ min.}$ ; b)  $mg = 117 \text{ N}$
10. Un satélite artificial de 100 kg describe órbitas circulares a una altura de 6 000 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula:  
 a) El tiempo que tarda en dar una vuelta completa.  
 b) El peso del satélite a esa altura.  
 Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6\,400 \text{ km}$  (P.A.U. Jun. 06)  
 Rta.: a)  $T = 3 \text{ h } 48 \text{ min.}$ ; b)  $mg = 261 \text{ N}$
11. Un satélite artificial con una masa de 200 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad constante de 10 800 km/h. Calcula:  
 a) ¿A qué altura está situado?  
 b) Haz un gráfico indicando qué fuerzas actúan sobre el satélite y calcula la energía total.  
 Datos:  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6\,370 \text{ km}$  (P.A.U. Set. 01)  
 Rta.: a)  $h = 3,8 \times 10^7 \text{ m}$ ; b)  $E_M = -9,0 \times 10^8 \text{ J}$
12. Se desea poner en órbita un satélite geostacionario de 25 kg. Calcula:  
 a) El radio de la órbita.  
 b) Las energías cinética, potencial y total del satélite en la órbita.  
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  (P.A.U. Set. 00)  
 Rta.: a)  $r = 4,23 \times 10^7 \text{ m}$ ; b)  $E_c = 1,18 \times 10^8 \text{ J}$ ;  $E_p = -2,36 \times 10^8 \text{ J}$ ;  $E_m = -1,18 \times 10^8 \text{ J}$
13. Un satélite artificial de 300 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de 36 378 km de radio. Calcula:  
 a) La velocidad del satélite en la órbita.  
 b) La energía total del satélite en la órbita.  
 Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6\,378 \text{ km}$  (P.A.U. Jun. 03)  
 Rta.: a)  $v = 3,31 \text{ km/s}$ ; b)  $E_M = -1,64 \times 10^9 \text{ J}$
14. Se lanza un proyectil verticalmente desde la superficie de la Tierra, con una velocidad inicial de 3 km/s. Calcula:  
 a) ¿Qué altura máxima alcanzará?  
 b) La velocidad orbital que habrá que comunicarle a esa altura para que describa una órbita circular.  
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $R_T = 6\,370 \text{ km}$   $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  (P.A.U. Jun. 01)  
 Rta.: a)  $h_{\text{max}} = 490 \text{ km}$ ; b)  $v = 7,62 \text{ km/s}$
15. a) Calcular el radio que debería tener la Tierra, conservando su masa, para que la velocidad de escape fuese igual que la de la luz,  $c = 300.000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  (¡extraño agujero negro!)  
 b) Ante un colapso de este tipo ¿variará el período de rotación de la Luna alrededor de la Tierra?  
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   $R_T = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$   $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  (P.A.U. Jun. 97)  
 Rta.: a)  $R_T' = 8,9 \text{ mm}$ ; b) no

## ● MASAS PUNTUALES

1. Dos puntos materiales de masas  $m$  y  $2m$  respectivamente, se encuentran a una distancia de 1 m. Busca el punto donde una tercera masa:  
 a) Estaría en equilibrio.

b) Sentiría fuerzas iguales (módulo, dirección y sentido) por parte de las dos primeras.

(P.A.U. Set. 98)

Rta.: a)  $x = 0,59$  m de la masa  $2 m$ ; b)  $x' = 3,41$  m de la masa  $2 m$

2. Dos masas puntuales de 10 kg cada una están en posiciones (5,0) y (-5,0) (en metros). Una tercera masa de 0,1 kg se deja en libertad con velocidad nula en el punto (0, 10). Calcula:

a) La aceleración que actúa sobre la masa de 0,1 kg en las posiciones (0, 10) y (0, 0)

b) La velocidad de la masa de 0,1 kg en (0,0)

Datos.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

(P.A.U. Set. 99)

Rta.: a)  $\mathbf{a}_{(0,10)} = -9,54 \times 10^{-12} \text{ j m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $\mathbf{a}_{(0,0)} = \mathbf{0}$ ; b)  $\mathbf{v}_{(0,0)} = -1,72 \times 10^{-5} \text{ j m/s}$

3. En cada uno de los tres vértices de un cuadrado de 2 metros de lado hay una masa de 10 kg. Calcula:

a) El campo y el potencial gravitatorios creados por esas masas en el vértice vacío.

b) La energía empleada para trasladar una cuarta masa de 1 kg desde el infinito al centro del cuadrado. Dato:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  (Las masas se consideran puntuales) (P.A.U. Set. 03)

Rta.: a)  $g = 3,19 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ , hacia el centro del cuadrado;  $V = -9,03 \times 10^{-10} \text{ J/kg}$ ; b)  $\Delta E_p = -1,41 \times 10^{-9} \text{ J}$

## ● OTROS

1. En un planeta que tiene la mitad del radio terrestre, la aceleración de la gravedad en su superficie vale  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Calcula:

a) La relación entre las masas del planeta y la Tierra.

b) La altura a la que es necesario dejar caer desde el reposo un objeto en el planeta para que llegue a su superficie con la misma velocidad con que lo hace en la Tierra, cuando cae desde una altura de 100 m.

(En la Tierra:  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ )

(P.A.U. Jun. 96)

Rta.: a)  $M_p / M_T = 1/8$ ; b)  $h_p = 200$  m.

2. La masa de la Luna respecto a la Tierra es  $0,0112 M_T$  y su radio es  $R_T / 4$ . Dado un cuerpo cuyo peso en la Tierra es 980 N ( $g_0 = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ), calcula:

a) La masa y el peso del cuerpo en la Luna.

b) La velocidad con la que el cuerpo llega la superficie lunar si cae desde una altura de 100 m.

(P.A.U. Set. 04)

Rta.: a)  $m = 100$  kg;  $P_L = 176$  N; b)  $v_L = 18,7$  m/s.

## ◇ CUESTIONES

### ● SATÉLITES.

1. En torno al Sol giran dos planetas cuyos períodos de revolución son  $3,66 \times 10^2$  días y  $4,32 \times 10^2$  días respectivamente. Si el radio de la órbita del primero es  $1,49 \times 10^{11}$  m, la órbita del segundo es:

A) La misma. B) Menor. C) Mayor.

(P.A.U. Jun. 04)

2. Para un satélite geostacionario el radio de su órbita se obtiene mediante la expresión:

A)  $R = (T^2 GM / 4\pi^2)^{1/3}$  B)  $R = (T^2 g_0 R_T / 4\pi^2)^{1/2}$  C)  $R = (TGM^2 / 4\pi^2)^{1/3}$

(P.A.U. Jun. 04)

3. Un satélite de masa  $m$  describe una trayectoria circular de radio  $r$  al girar alrededor de un planeta de masa  $M$ . La energía mecánica del satélite es numéricamente:

A) Igual a la mitad de su energía potencial.

B) Igual a su energía potencial.

C) Igual al doble de su energía potencial.

(P.A.U. Set. 98)

4. Cuando un satélite que está girando alrededor de la Tierra pierde parte de su energía por fricción, el radio de su órbita es:

A) Mayor. B) Menor. C) Se mantiene constante.

(P.A.U. Jun. 99)

5. Cuando un satélite artificial debido a la fricción con la atmósfera reduce su altura respecto a la Tierra, su velocidad lineal:  
A) Aumenta.      B) Disminuye.      C) Permanece constante.      (P.A.U. Set. 03)
6. La ingravidez de los astronautas dentro de una nave espacial se debe a que:  
A) No hay gravedad.  
B) La nave y el astronauta son atraídos por la Tierra con la misma aceleración.  
C) No hay atmósfera.      (P.A.U. Set. 99 y Set. 01)
7. La velocidad de escape que se debe comunicar a un cuerpo inicialmente en reposo en la superficie de la Tierra de masa  $M$  y radio  $R_0$  para que "escape" fuera de la atracción gravitacional es:  
A) Mayor que  $(2GM/R_0)^{1/2}$       B) Menor que  $(2GM/R_0)^{1/2}$       C) Igual a  $(g_0/R_0)^{1/2}$       (P.A.U. Jun. 02)
8. Dos satélites artificiales A y B de masas  $m_A$  y  $m_B$  ( $m_A = 2m_B$ ), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio  $R$ .  
A) Tienen la misma velocidad de escape.  
B) Tienen diferente periodo de rotación.  
C) Tienen la misma energía mecánica.      (P.A.U. Jun. 05)
9. Si por una causa interna, la Tierra sufriera un colapso gravitatorio y redujera su radio a la mitad, manteniendo constante la masa, su período de revolución alrededor del Sol sería:  
A) El mismo.      B) 2 años.      C) 0,5 años.      (P.A.U. Jun. 07)
10. Dos satélites de comunicación A y B con diferentes masas ( $m_A > m_B$ ) giran alrededor de la Tierra con órbitas estables de diferente radio siendo  $r_A < r_B$ ;  
A) A gira con mayor velocidad lineal.  
B) B tiene menor periodo de revolución.  
C) Los dos tienen la misma energía mecánica.      (P.A.U. Jun. 07)
11. Si dos planetas distan del Sol  $R$  y  $4R$  respectivamente sus períodos de revolución son:  
A)  $T$  y  $4T$       B)  $T$  y  $T/4$       C)  $T$  y  $8T$       (P.A.U. Set. 07)

## ● CAMPOS DE FUERZAS

1. En el campo gravitatorio:  
A) El trabajo realizado por la fuerza gravitacional depende de la trayectoria.  
B) Las líneas de campo se pueden cortar.  
C) Se conserva la energía mecánica.      (P.A.U. Set. 06)
2. El trabajo realizado por una fuerza depende sólo de los puntos inicial y final de la trayectoria,  
A) Si las fuerzas son conservativas.  
B) Independientemente del tipo de fuerza.  
C) Cuando no existen fuerzas de tipo electromagnético.      (P.A.U. Jun. 96)
3. Una masa se desplaza en un campo gravitatorio desde un lugar en que su energía potencial vale  $-200$  J hasta otro donde vale  $-400$  J. ¿Cuál es el trabajo realizado por o contra el campo?  
A)  $-200$  J      B)  $200$  J      C)  $-600$  J      (P.A.U. Jun. 98)
4. Una partícula se mueve en un campo de fuerzas centrales. Su momento angular respecto al centro de fuerzas:  
A) Aumenta indefinidamente.      B) Es cero.      C) Permanece constante.      (P.A.U. Set. 02)
5. Un satélite gira alrededor de un planeta describiendo una órbita elíptica ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?:  
A) Momento angular.      B) Momento lineal.      C) Energía potencial.      (P.A.U. Jun. 03)
6. En el movimiento de la Tierra alrededor del Sol:  
A) Se conservan el momento angular y el momento lineal.

B) Se conservan el momento lineal y el momento de la fuerza que los une.

C) Varía el momento lineal y se conserva el angular.

(P.A.U. Set. 04)

## ● GRAVEDAD TERRESTRE

1. Considérese un cuerpo sobre la superficie terrestre.

A) Su masa y su peso son los mismos en todos los puntos de la superficie.

B) Su masa, pero no su peso, es la misma en todos los puntos de la superficie.

C) Su peso, pero no su masa, es el mismo en todos los puntos de la superficie. (P.A.U. Set. 96)

2. Si a una altura de 500 metros sobre la Tierra se colocan dos objetos, uno de masa  $m$  y otro de masa  $2m$ , y se dejan caer libremente (en ausencia de rozamientos y empujes) ¿cuál llegará antes al suelo? :

A) El de masa  $m$ .

B) El de masa  $2m$ .

C) Los dos al mismo tiempo.

(P.A.U. Jun. 06)

3. Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza, la aceleración que adquiere es:

A) Proporcional a la masa.

B) Inversamente proporcional a la masa.

C) Sólo depende de la fuerza.

(P.A.U. Set. 97)

4. ¿Cómo varía  $g$  desde el centro de la Tierra hasta la superficie (suponiendo la densidad constante)?

A) Es constante  $g = GM_T/R_T^2$

B) Aumenta linealmente con la distancia  $r$  desde el centro de la Tierra  $g = g_0 r / R_T$

C) Varía con la distancia  $r$  desde el centro de la Tierra según  $g = GM_T / (R_T + r)^2$  (P.A.U. Set. 05)

5. En cuál de estos tres puntos es mayor la gravedad terrestre:

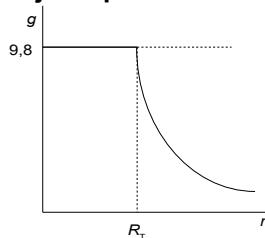
A) En una sima a 4 km de profundidad.

B) En el ecuador.

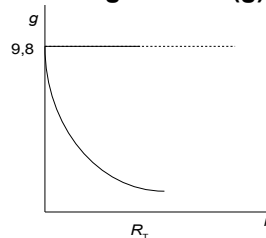
C) En lo alto del monte Everest.

(P.A.U. Jun. 01)

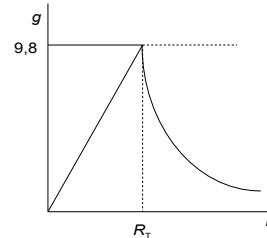
6. Suponiendo la Tierra como una esfera perfecta, homogénea de radio  $R$ , ¿cuál es la gráfica que mejor representa la variación de la gravedad ( $g$ ) con la distancia al centro de la Tierra?



A)



B)



C)

(P.A.U. Set. 07)

## ● MOVIMIENTO CIRCULAR

1. Un móvil describe un movimiento circular plano, con el módulo de su velocidad constante.

A) Existe necesariamente una aceleración.

B) Existe sólo si el plano no es horizontal.

C) No existe por ser  $v$  constante.

(P.A.U. Jun. 97)

## ● MASAS PUNTUALES.

1. Dadas dos masas  $m$  y  $2m$  separadas una distancia  $d$ , justifica si hay algún punto intermedio de la recta de unión que cumpla:

A) Campo nulo y potencial positivo.

B) Campo nulo y potencial negativo.

C) Campo y potencial positivos.

(P.A.U. Set. 00)